

Школа LXF

Обмен опытом и передовые идеи по использованию свободного ПО в образовании

Спонсор рубрики
PingWin Software!

Созданная в мае 2009 года компания занимается поддержкой свободных продуктов, сообществ их разработчиков, пользователей и внедренцев.

www.pingwinsoft.ru

Свободная математика



Александр Бикмеев разбирается, насколько свободна компьютерная математика и насколько свободное ПО является математическим.



Наш эксперт

Александр Бикмеев

Кандидат физико-математических наук, доцент и штатный преподаватель технического вуза, Александр мечтает создать для *Scilab* аналог *AeroSpace Toolbox*.

Любая наука, от физики до филологии, использует достижения математики. В связи с этим специалистам не-математикам необходимы средства, которые позволяли бы ставить задачи в математической форме и получать решения в виде формул или набора значений, то есть нужны системы компьютерной математики, способные взять на себя труд решения математических задач различными методами.

К сожалению, в нашей стране подобные программы распространены в достаточно узкой области научной деятельности, и не в последнюю очередь это обусловлено тем, что школьников и студентов не знакомят с профессиональными математическими пакетами, стоимость только одной лицензии на которые зачастую исчисляется тысячами и десятками тысяч рублей.

Мы предлагаем вам заглянуть в мир свободных математических пакетов, которые можно бесплатно загрузить из сети Интернет, использовать для любого вида изысканий (иногда с оговорками), а также, благодаря наличию исходных текстов, изучать их внутреннее устройство и, при желании, расширять их функциональность собственными силами.

Символьные вычисления

Системы компьютерной математики (СКМ) разрабатываются давно, и *Maxima* (<http://maxima.sourceforge.net/ru>) была одной из первых. Изначально это был коммерческий продукт, но, не выдержав конкуренции, система перешла в разряд свободных.

Основное преимущество *Maxima* перед другими свободными системами — это поддержка символьных вычислений. То есть, введя аналитическое выражение или уравнение, вы можете получить результат также в аналитическом виде.

Maxima позволяет решать алгебраические уравнения, системы уравнений, выполнять операции интегрирования, дифференцирования, разложения в ряд и так далее. Кроме того, она умеет решать дифференциальные уравнения, граничные задачи, задачи Коши, выполнять алгебраические вычисления с матрицами, строить графики и поверхности, заданные различными функциями в декартовой и полярной системах координат. Все возможности перечислить трудно.

Для СКМ *Maxima* разработано несколько оболочек, наиболее удобной из которых (для начинающего пользователя) явля-

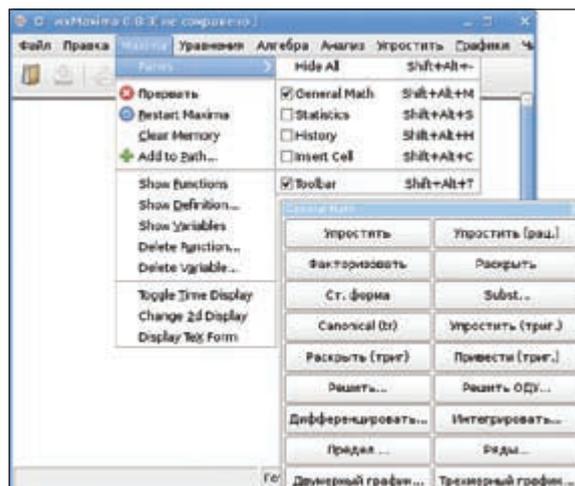
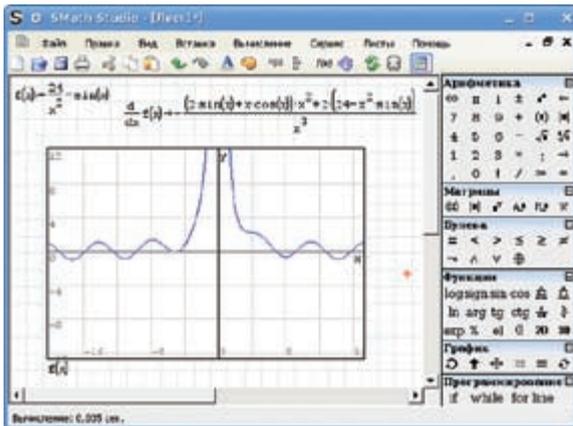


Рис. 1. Оболочка *wxMaxima* и пункт меню, позволяющий вывести или убрать с экрана панели математических операций.

ется *wxMaxima* (см. рис. 1). Начиная с версии 0.8.0, она стремительно меняется в лучшую сторону. Последняя версия (0.8.3) содержит черты таких известных коммерческих пакетов, как *Maple* и *MathCAD*. Работа в данной оболочке достаточно проста и позволяет получать приемлемые результаты уже через несколько минут использования. Многие операции, названия которых присутствуют в меню и на панелях инструментов, снабжены удобными мастерами, позволяющими решать задачи, даже не зная встроенного языка и команд *Maxima*. Ну и еще один немаловажный факт — все оболочки для данной СКМ русифицированы. Кроме того, изучив свободный пакет *Maxima*, обучающиеся смогут легче освоиться в коммерческих пакетах, что обусловлено как относительной схожестью интерфейса, так и используемым синтаксисом (особенно это касается *Maxima* и *Maple*).

Система прекрасно документирована, но справочный материал представлен только на английском языке. Наш журнал публиковал учебные материалы о работе в СКМ *Maxima* (LXF81—86), их (как и многие другие материалы LXF, упомянутые в статье) можно найти и на wiki.linuxformat.ru. Будучи консольным при-



► Рис. 2. Окно *SMath Studio*, в котором определена функция, вычислена ее производная и построен график.

ложением, *Maxima* может работать в пакетном режиме, то есть ей можно передавать на обработку текстовый файл со списком команд и получать опять же текстовый файл с результатами, а если учесть, что вывод может быть оформлен средствами системы разметки *TeX*, то это позволяет использовать ее в качестве базы для построения собственных приложений. Одним из примеров такой разработки является расширение *TeXmacs*.

На основании имеющегося опыта обучения можно сказать, что студенты младших курсов осваивают работу в *Maxima* достаточно быстро и начинают использовать ее при выполнении заданий по другим предметам. Но с каждым курсом у них возникает все больше проблем.

Дело в том, что наряду с большим количеством положительных моментов у *Maxima* присутствуют и отрицательные. Во-первых, конечный результат, особенно при решении сложных задач, во многом зависит от уровня знания математики и опыта использования данной СКМ, потому как иногда требуется выполнить предварительные преобразования самостоятельно. Во-вторых, *Maxima* очень хорошо работает с алгебраическими выражениями, но трансцендентные, логарифмические и подобные им вызывают у нее значительные трудности. Впрочем, если нельзя получить аналитическое решение, то всегда можно воспользоваться численным расчетом. В-третьих, возможности *Maxima* по построению сложных графиков или визуализации, например, векторного поля, не идут ни в какое сравнение с возможностями *Maple*. И, наконец, в-четвертых, для полноценной работы необходимо изучить многочисленные команды и константы *Maxima*, а это требует времени и терпения.

СКМ *Maxima* входит во многие дистрибутивы Linux или, по крайней мере, обязательно присутствует в репозиториях. Она включена в состав таких образовательных продуктов, как AltLinux Школьный, Edubuntu и EduMandriva.

Следует отметить, что инженеры все-таки привыкли работать с таким мощным приложением-калькулятором, как *MathCAD*. Это система инженерных расчетов, доступная для любых платформ (см. врезку *Коммерческие пакеты*), но за серьезные деньги. Однако работодатели требуют, чтобы выпускники умели работать в этой системе. Как же быть образовательным учреждениям?

В нашей стране родился спасительный проект: *SMath Studio* (<http://ru.smath.info/forum/>). Это бесплатный, но, к сожалению, пока не свободный продукт, разработчик которого, Андрей Ивашов, пытается создать альтернативу монстру *MathCAD*, и у него это получается (см. рис. 2). Приложение разработано для среды .NET, а затем адаптировано для *Mono*.

SMath Studio позволяет выполнять аналитические вычисления, операции с матрицами, строить графики и вычислять производные, и даже поддерживает функции программирования. К сожа-

лению, аналитическое интегрирование пока не поддерживается, но продукт успешно развивается, и осенью 2009 г. автор заканчивает разработку инфраструктуры, которая позволит использовать сторонние подключаемые модули. Возможно, тогда развитие приложения выйдет на новый уровень, и мы получим полноценную альтернативу *MathCAD*.

Следует также отметить, что весной 2009 года, по соглашению с автором, продукт был включен в состав образовательного дистрибутива EduMandriva.

Несмотря на ограниченную функциональность, данное приложение позволяет выполнять повседневные вычисления на уровне школьников и студентов младших курсов, а также простые инженерные расчеты. А если учесть, что *SMath Studio* прекрасно чувствует себя на карманных компьютерах и смартфонах, управляемых Windows Mobile, то знакомство с ним для школьников и студентов просто обязательно.

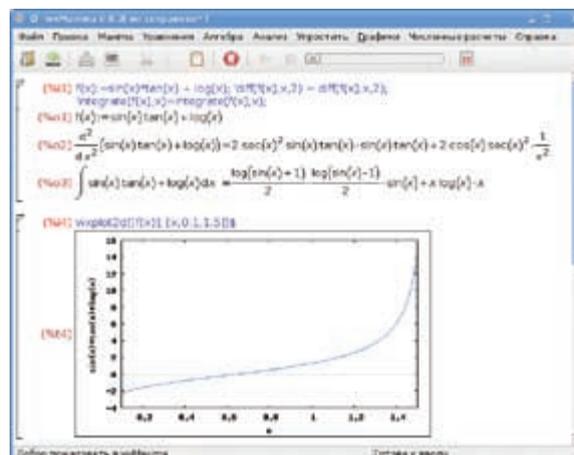
На официальном сайте всегда присутствует документация в форматах DOC и ODT, а на официальном форуме можно задать вопросы разработчику или сообществу и обсудить использованные при разработке приложения алгоритмы.

В завершение данного раздела хочется заострить внимание на том, что пакеты символьной математики в качестве результата выдают выражение, а не число. Рассмотрим пример, показанный на рис. 3, в котором определена пользовательская функция и для нее найдена вторая производная; затем функция проинтегрирована. Заодно построен график. Таким образом, школьники и студенты могут наглядно выполнить полный анализ функции. И это далеко не все: *Maxima* умеет упрощать выражения путем раскрытия скобок, приведения подобных слагаемых, выполнения подстановок и задания некоторых условий и допущений, накладываемых на выражение. Добавьте сюда возможность символьного решения уравнений и систем уравнений, а также дифференциальных уравнений, и поймете, что современному студенту без этих инструментов не обойтись, а преподаватели естественных дисциплин могут оживить уроки и практические занятия за счет ввода интерактивных заданий или демонстрационного материала.

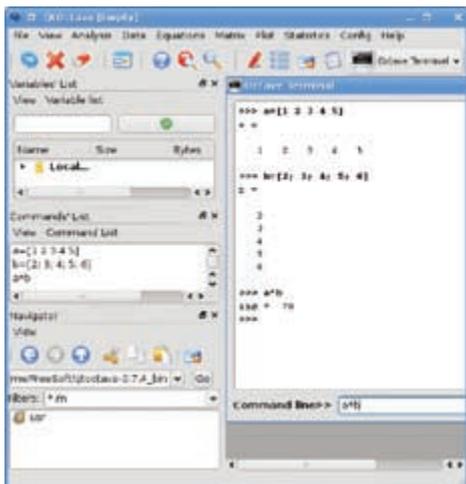
Численные расчеты

Как известно, не каждую задачу можно решить аналитически, то есть получить решение в виде некоей формулы. Тогда на помощь приходят различные численные методы, для получения решения с некоторой точностью. Наиболее известным представителем приложений для численных расчетов является система компьютерной алгебры (СКА) *Matlab*.

Matlab широко распространен по всему миру (см. Сравнение в LXF109), но стоимость даже образовательных лицензий ►►



► Рис. 3. Окно *wxMaxima* с результатами символьных вычислений и графиком функции.



► Рис. 4. Оболочка qtOctave с выполненными вычислениями.

Интерфейс командной строки. Введите в терминале `octave` – и (если, конечно *GNU Octave* установлена на компьютере) перед вами появится приглашение данной системы. Начните вводить команды, и в терминале будут выводиться результаты вычислений.

Интерфейс командной строки имеет свои преимущества, так как он практически не отнимает вычислительных ресурсов компьютера, оставляя всю мощь процессора на сами вычисления, а не на красивое отображение текста команд и результата расчетов. И все же современный пользователь редко готов мириться с этим.

Долгое время *GNU Octave* не имела графического интерфейса, пока, наконец, не появился *qtOctave* (см. рис. 4). Эта оболочка весьма напоминает интерфейс *Matlab* и позволяет автоматизировать выполнение некоторых рутинных операций (например, построения графиков) при помощи мастеров.

Язык системы сделан максимально схожим с языком *Matlab*; следовательно, человек, освоивший *GNU Octave*, сможет практически без переобучения работать и в *Matlab*, а именно это и необходимо работодателям. Кроме того, энтузиастами движения свободного ПО для системы создано достаточное количество пакетов расширений. За счет этого функционал самой СКА постоянно растет. Ну, а наличие исчерпывающей документации (пусть и на английском языке) как для системы, так и для пакетов расширений делает данный продукт не только выгодным, но и доступным для изучения.

К минусам относится не совсем удобный интерфейс оболочки *qtOctave*, тем более, что версия не обновлялась с осени 2008 года (создается впечатление, что проект заброшен). Пакеты

не по карману не только школам, но и многим российским вузам. За рубежом также предпочитают считать деньги – и вкладывают человеческие ресурсы в разработку свободных аналогов *Matlab*. Рассмотрим некоторые из них.

Прежде всего, на мой взгляд, стоит остановиться на проекте *GNU Octave* (<http://www.gnu.org/software/octave/>). Разработчики позиционируют эту систему как «высокоуровневый язык программирования для численных расчетов». Как и многие свободные *nix-проекты с давней традицией, она предоставляет

расширений не богаты функциями и не блещут графическими возможностями; кроме того, они не равнозначны, поскольку ситуация такова, что один проект разработан студентом-первокурсником, а второй, например, командой преподавателей вуза. Зато это полностью свободный проект, с которым можно не беспокоиться о лицензионной чистоте получаемых решений.

Следующий пакет, который хотелось бы рассмотреть, называется *Scilab* (<http://www.scilab.org>), само имя которого указывает на схожесть с *Matlab*. Изначально это был также коммерческий продукт, и назывался он *Blaise*, а затем *Basile*. Его создателей вдохновили первые версии *Matlab*, и некоторое время они конкурировали. Однако в начале 90-х фирма *Simulog* прекратила его продажу, и тогда шесть разработчиков французского национального исследовательского института (INRIA) основали проект *Scilab*.

Scilab выгодно отличается от своих собратьев по цеху проработанным интерфейсом, наличием достаточно большого числа специализированных пакетов расширений, а также тем, что он поддерживается Консорциумом *Scilab*, в состав которого входят крупные образовательные и научные учреждения со всего мира.

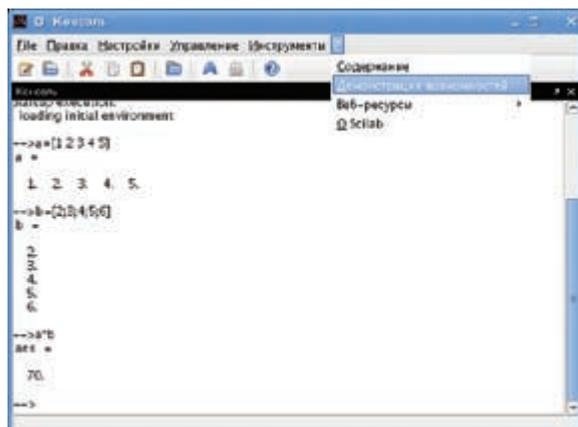
Scilab – единственная свободная система, аналогичная *Matlab*, имеющая свой собственный инструмент для блочного моделирования под названием *Scicos*. В дистрибутиве продукта имеется встроенный редактор скриптов и функций с возможностью отладки.

Scilab обладает развитыми графическими возможностями для создания высокотехнологичных приложений. С функциональностью системы можно ознакомиться, рассмотрев демонстрационные примеры – некоторые из них весьма впечатляют (выберите пункты меню ? > Демонстрация возможностей).

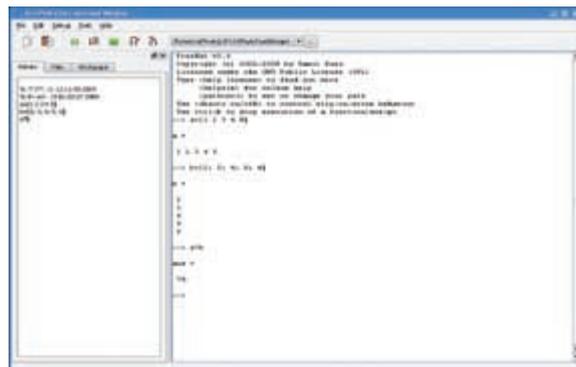
Scilab имеет в своем составе функции не только для выполнения всевозможных операций над матрицами, но и для построения графиков и трехмерных поверхностей в различных системах координат, функции для работы с генетическими алгоритмами, решения задач на графах, статистические функции, средства имитационного моделирования и многое другое. Ежегодно проходит несколько конференций, посвященных использованию СКА *Scilab* в науке, образовании и на производстве.

Во всем мире вышло несколько книг, посвященных описанию работы в *Scilab*, а также решению ряда специализированных задач. К сожалению, ни одна из них не была переведена на русский язык. В России вышло всего две книги, одна – в рамках национального проекта, а во второй *Scilab* описывается наряду с несвободными пакетами. Наш журнал также неоднократно печатал учебники о работе в *Scilab* (LXF106–109 и 122), и все же документации пока не хватает, а справочные материалы не всегда позволяют понять, как работает та или иная функция.

«Пользователь ныне редко готов мириться с командной строкой.»



► Рис. 5. Интерфейс Scilab 5.



► Рис. 6. Freemath – впечатляющий результат того, на что способна команда из трех единомышленников.

Выход пятой версии *Scilab* ознаменовал собой начало нового этапа в развитии системы. Изменился интерфейс приложения (разработчики отказались от *GTK*-интерфейса), начал меняться инструмент блочного моделирования *Scicos*, который в октябре 2009 года должен поменять свое имя на *Xcos*.

Еще одной вариацией на тему *Matlab* является *Freemat* (<http://freemat.sourceforge.net/>); этот пакет имеет другую немало важную общую черту с *Matlab*, а именно поддержку объектно-ориентированного программирования. Интерфейс программы достаточно приятен. В основном окне реализовано автодополнение команд. На официальном сайте присутствует полное руководство по работе с системой (на английском языке). Дистрибутив программы имеет небольшой, по нынешним меркам, объем – 18 МБ.

Система позволяет выполнять численное решение уравнений и систем уравнений, как линейных, так и нелинейных, и числовую обработку сигналов (см. рис. 6); способна работать с многомерными матрицами. Основными положительными моментами *Freemat*, по сравнению со *Scilab* и *Octave*, являются большая совместимость внутреннего языка системы с языком *Matlab* и использование *OpenGL* для построения графиков и поверхностей, в результате чего они выглядят более качественно.

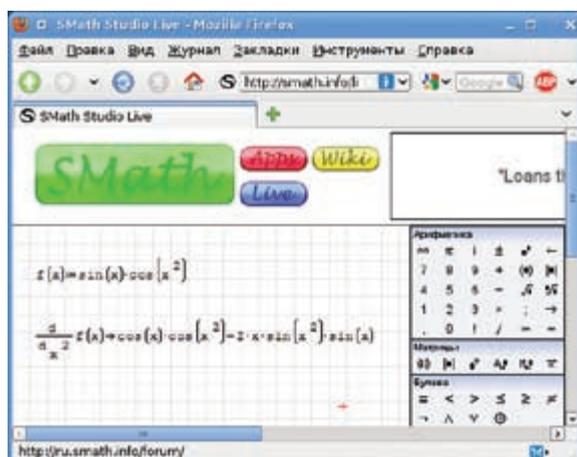
Минусами же *Freemat* являются низкое быстродействие (некоторые задачи решаются в разы медленнее, чем в других пакетах) и отсутствие пакетов расширений. Данная система развивается только усилиями команды из трех человек. Большого сообщества у проекта не наблюдается.

Дистанционная математика

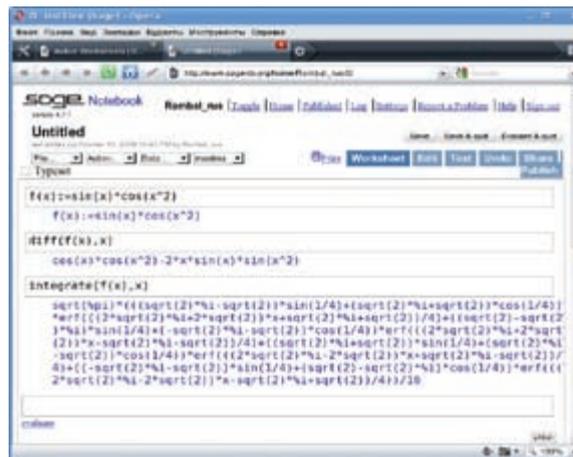
Упомянутые выше системы представляют собой локальные проекты, то есть работа с ними ведется на одной машине. Но это бывает неудобно – например, при дистанционном обучении; кроме того, не все студенты согласятся (а иногда и смогут) поставить данные приложения на своих домашних компьютерах. В этом случае необходимы средства для удаленной работы с математическими пакетами.

Среди рассмотренного нами такую возможность предоставляет *SMath Studio*. В разделе Live официального сайта (<http://smath.info/live>) располагается виртуальный рабочий лист, на котором любой желающий может выполнить свои вычисления. Система очень удобна, хотя и не блещет быстродействием.

И все же более профессиональна в этом плане система *SAGE* (<http://www.sagemath.org/>). Данная система состоит из web-сервера, обеспечивающего графический интерфейс для взаимодействия с кодом Python, на котором написано ее ядро. Любой пользователь при помощи своего любимого web-браузера может подключиться к серверу, зарегистрироваться и получить



► Рис. 7. *SMath Studio Live*: считайте, не выходя из браузера (пусть и не очень быстро).



► Рис. 8. По непонятным причинам, *Sage* отказывается работать в *Firefox*, но в остальном это удачное решение для удаленной работы.

в свое владение личное пространство. Оно может быть и открытым, и закрытым, то есть доступным только администратору сервера и самому владельцу. В личном пространстве могут создаваться рабочие листы, на них и выполняются все вычисления.

В рамках рабочего листа можно использовать любой доступный язык, а таких немало. По умолчанию система *SAGE* объединяет следующие продукты: *GAP*, *Maxima*, Python, *R*, *LaTeX*. Кроме этого, могут быть подключены *Octave*, *Axiom*, *Magma*, *Mathematica*, *Matlab*, *Maple*, *Mupad* и другие. В результате мы получаем единый сервер удаленной работы, позволяющий обучать любым математическим пакетам и выполнять вычисления с помощью как свободных, так и коммерческих систем компьютерной математики.

Система прав доступа к личным пространствам и возможность совместной работы с рабочим листом сразу нескольких пользователей позволяет организовать дистанционное обучение с листом объяснения учебного материала, содержащим примеры решения задач, и листами личных заданий для каждого студента.

В настоящее время в сети существует несколько публичных *SAGE*-серверов – к ним можно подключиться, посмотреть листы, выложенные в общий доступ, завести свое личное пространство и, в случае трудностей, попросить помощь у сообщества. Для этого просто сделайте рабочий лист публичным. Уверю вас: желающих помочь достаточно много, единственная проблема в том, что рабочий язык – английский.

На официальном сайте присутствуют ссылки на тестовый публичный сервер (<http://www.sagenb.org>), а также на учебные материалы и книги, созданные с помощью данной системы. Зарегистрируйтесь и опробуйте *SAGE* – может быть, это то, что вы ищете? Стоит также отметить, что у нас не получилось войти на сервер в *Firefox*, но в других браузерах проблем не возникло.

Итак, мы рассмотрели наиболее популярные свободные системы компьютерной математики. Можно ли их использовать в обучении и для работы – решать вам. Мы свой выбор уже сделали, и не жалеем об этом. LXF

Коммерческие системы

Среди коммерческих систем наиболее популярны три: *Matlab* (численные вычисления), *Maple* (основной упор сделан на символьные вычисления) и *Mathematica* (удачно сочетает устремления первых двух). Особняком стоит мощный инженерный пакет *MathCAD*, поскольку это скорее большой инженерный калькулятор, и он не предназначен для решения сложных задач математической физики или теории шифрования, обработки сигналов и так далее.

Все эти пакеты имеют версии под наиболее распространенные платформы: Windows, Linux и Mac OS X. Приведем стоимость одной лицензии данных пакетов для академических учреждений, согласно прайс-листу Softline:

- *Matlab* – 30765 руб;
- *Mathematica* – 9002 руб;
- *Maple* – 36286 руб;
- *MathCAD* – 5290 руб.

Выводы вы можете сделать сами.